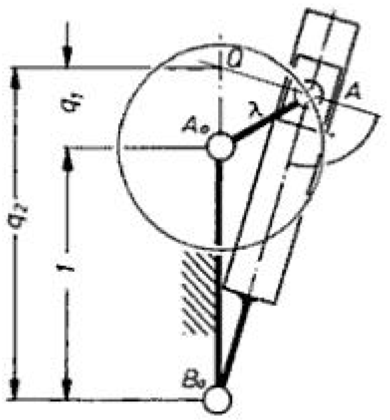
**Aufgabenstellung:**

Eine zentrisch, schwingende Kurbelschleife ist zu untersuchen, und zwar für die Kurbellängen λ= 0,2; 0,3; 0,4; und 0,5.

Zu ermitteln sind die Grenzwerte des Übersetzungsverhältnisses $\frac{1}{i} = \frac{q_1}{q_2}$ und das Verhältnis der Kurbeldrehwinkel für den Hin- und Rückhub der Kulisse.




**zentrisch schwingende Kurbelschleife (Abbildung 1)**

**Ges:**

1. Grenzwerte des Übersetzungsverhältnisses
2. Verhältnis der Kurbeldrehwinkel für Hin- und Rückhub der Kulisse

**Geg:**

- $\lambda_1 = 0,2$
- $\lambda_2 = 0,3$
- $\lambda_3 = 0,4$
- $\lambda_4 = 0,5$
- $\frac{1}{i} = \frac{q_1}{q_2}$

*Aus der Skizze können weitere Informationen entnommen werden*

- $\overline{A_0B_0} = 1$
- $q_{1max}$ = λ (bei 90° absolut)
- $q_1$ = 0 bei $\overline{AA_0} \perp \overline{AB_0}$
- $q_{1min}$ = – λ (bei 180° absolut)
- $q_{2max}$ = 1 + λ (bei 90°, äußere Totlage)
- $q_{2min}$ = 1 – λ (bei 180°, innere Totlage)

**Lösung zu 1 :**

Es ist bekannt, dass sich das Übersetzungsverhältnis aus folgender Formel berechnet:

$$\frac{1}{i} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \frac{\overline{A_0B_0}}{q_2} \qquad \textbf{(1)}$$

Damit das Übersetzungsverhältnis minimal oder maximal wird, muss $q_1$ als einzig variable Größe minimal oder maximal werden. Dies ist bei 90° und bei 180° der Fall. Wobei $q_1$ bei 180° negativ ist, da der Relativpol Q[1] innerhalb der Gestellstrecke $\overline{A_0B_0}$ liegt[2].

Nur wird die, in den vier Fällen vorliegende, jeweilige Länge eingesetzt und das Übersetzungsverhältnis berechnet.

[1] Der Relativpol dient der Ermittlung der Verhältnisse der Winkelgeschwindigkeiten von An- und Abtrieb.

[2] Ab der Totlage ändert sich das Vorzeichen von $q_1$. Dies ist der Fall, da sich der Drehsinn des Antriebs, gegenüber des Abtriebs, ändert. Der Antrieb dreht permanent gegen den Uhrzeigersinn. Der Abtrieb hingegen dreht beim Hinhub im Uhrzeigersinn, beim Rückhub jedoch gegen ihn.

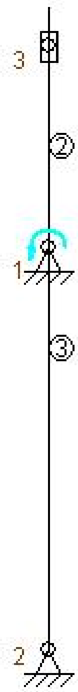



**Abb. 2:**

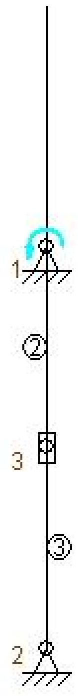



**Abb. 3:**

*(Eingekreiste Ziffern stellen Glieder dar. Nummer 2 entspricht der Kurbel, Nummer 3 der Schwinge. Die Ziffern ohne Kreis [1 und 2] bezeichnen das Gestell, Nummer 3 bezeichnet die Koppel.)*

An diesen spezifischen Winkelstellungen muss die Winkelgeschwindigkeit der Schwinge demzufolge Extremwerte annehmen. Bei 180° ein Maximum und bei 90° ein Minimum. Dies sollte sich auch in den Übersetzungsverhältnissen widerspiegeln. Bei 90° muss das Übersetzungsverhältnis stets geringer sein als bei 180°, da die Koppel bei 180° einen kleineren Abstand zum Abtrieb hat, als bei 90°. Außerdem muss mit steigendem $\lambda$ auch die Winkelgeschwindigkeit der Schwinge steigen.

Dies wird an folgenden Grafiken deutlich:

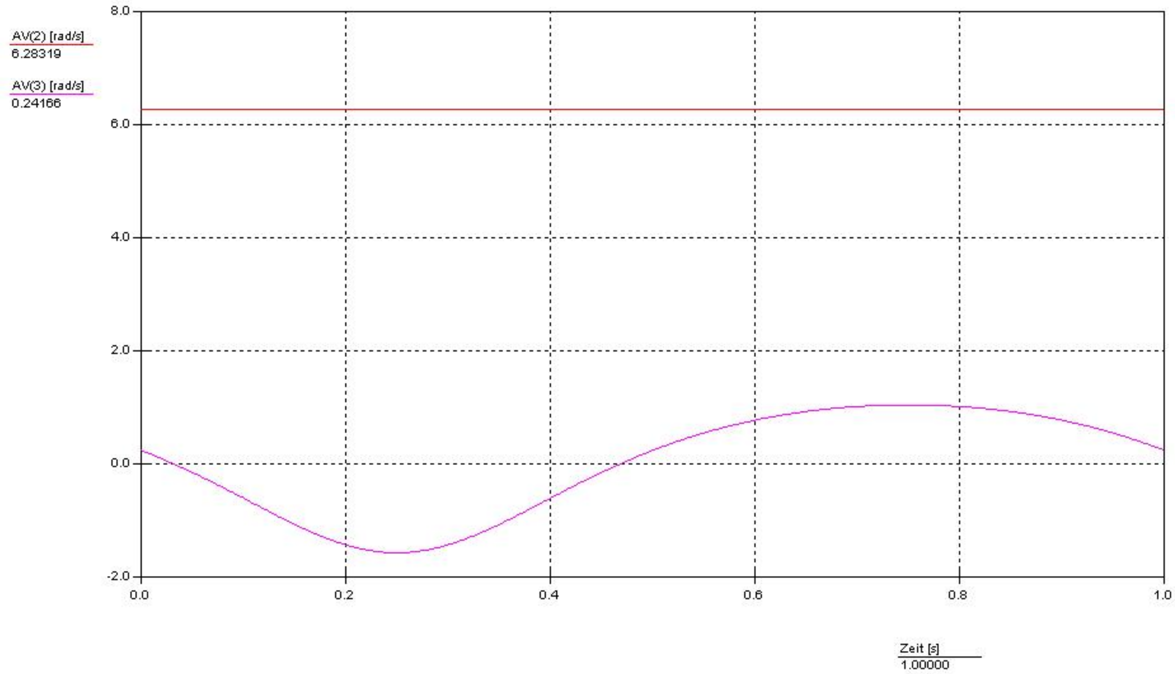



**Abb. 4: Verlauf der Winkelgeschwindigkeit von Glied 2 (Kurbel mit $\lambda_1 = 0{,}2$) und Glied 3 (Schwinge)**

Minimum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.25 s: -1.571 rad/s
Maximum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.75 s: 1.047 rad/s

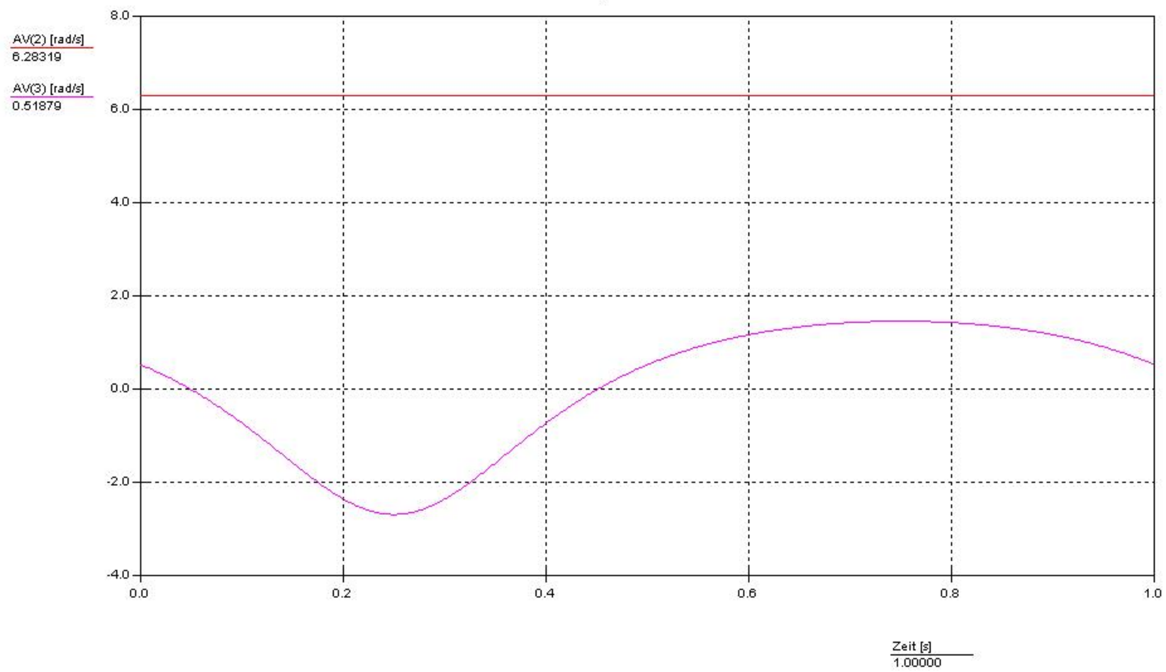



**Abb. 5:Verlauf der Winkelgeschwindigkeit von Glied 2 (Kurbel mit $\lambda_2 = 0{,}3$) und Glied 3 (Schwinge)**

Minimum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.25 s: -2.693 rad/s
Maximum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.75 s: 1.450 rad/s

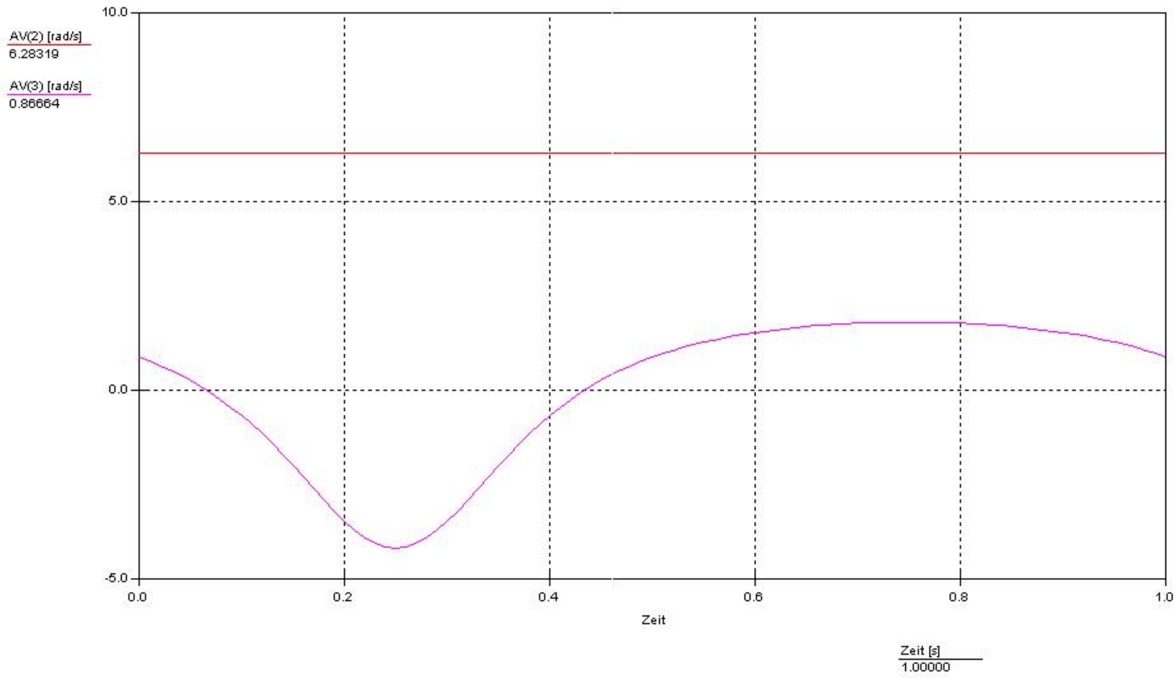



**Abb. 6: Verlauf der Winkelgeschwindigkeit von Glied 2 (Kurbel mit $\lambda_3$ = *0,4*) und Glied 3 (Schwinge)**

Minimum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.25 s: -4.189 rad/s
Maximum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.75 s: 1.795 rad/s

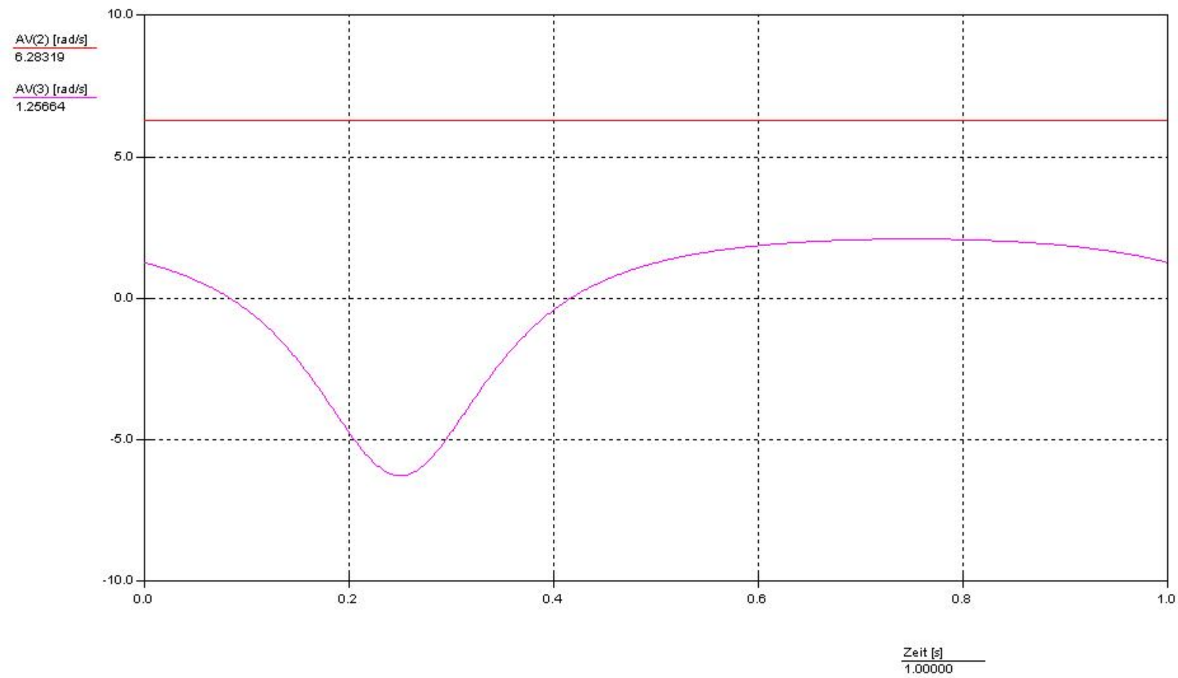



**Abb. 7: Verlauf der Winkelgeschwindigkeit von Glied 2 (Kurbel mit $\lambda_4$ = *0,5*) und Glied 3 (Schwinge)**

Minimum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.25 s: -6.283 rad/s
Maximum der Winkelgeschwindigkeit laut SAM bei 0.75 s: 2.094 rad/s

Die Zeit in Sekunden ist auf der x-Achse abgetragen, die Winkelgeschwindigkeit in 1/s auf der y-Achse.
Bei einer Frequenz von 1 Hz müssen die Extremwerte nach ¼ Hz (¼ Drehung der Kurbel) und ¾ Hz (¾ Drehung der Kurbel) auftreten, da die Winkelgeschwindigkeit von Glied 2 konstant ist.

$$\frac{1}{i_{1\,max}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{0{,}2}{1{,}2} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{i_{1\,min}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{-0{,}2}{0{,}8} = \underline{\underline{-\frac{1}{4}}}$$

$$\frac{1}{i_{2\,max}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{0{,}3}{1{,}3} = \underline{\underline{\frac{1}{4{,}33}}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{i_{2\,min}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{-0{,}3}{0{,}7} = \underline{\underline{-\frac{1}{2{,}33}}}$$

$$\frac{1}{i_{3\,max}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{0{,}4}{1{,}4} = \underline{\underline{\frac{2}{7}}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{i_{3\,min}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{-0{,}4}{0{,}6} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{1}{i_{4\,max}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{0{,}5}{1{,}5} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{i_{4\,min}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{-0{,}5}{0{,}5} = \underline{\underline{-1}}$$

**Lösung zu 2 :**

$$\frac{1}{i} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \frac{\overline{A_0B_0}}{q_2} \quad \textbf{(2)}$$

Wenn der Ausdruck $\frac{\overline{A_0B_0}}{q_2} = 1$, so ergibt sich ein Übersetzungsverhältnis von 0. Dies bezeichnet man auch als **Getriebetotlage** welche die Bewegung begrenzt (hier muss laut Definition die Winkelgeschwindigkeit der Schwinge 0 sein).

Mit diesem Wissen kann weiterhin berechnet und geschlussfolgert werden:

$$\frac{1}{i} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 0 \text{ für } q_1 = 0 \text{ und/ oder } \omega_2 = 0$$

Wie oben bereits aus der Skizze entnommen, wird $q_{1min}=0$ bei $\overline{AA_0} \perp \overline{AB_0}$ (Abb. 1 und Abb. 2) erreicht.

Bei der Lösung von Aufgabe 1 bereits dargestellte Grafiken können auch zur Lösung dieser Aufgabe verwendet werden. Bei den Schnittpunkten des Graphen der Winkelgeschwindigkeit mit der x- Achse ist die Winkelgeschwindigkeit 0. Der gesuchte Punkt ist durch SAM ermittelbar.

Nun wird über Winkelbeziehungen im rechtwinkligen Dreieck für die vorliegenden vier Kurbellängen, der im jeweiligen Fall eintretende Winkel zwischen der y- Achse und Kulisse errechnet. Bei der gesamten Rechung werden Relativwinkel verwendet.

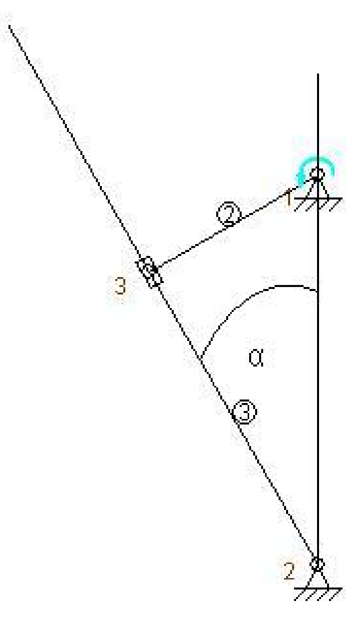



**Abb. 8: Totlage 1, Anfang Hinhub**

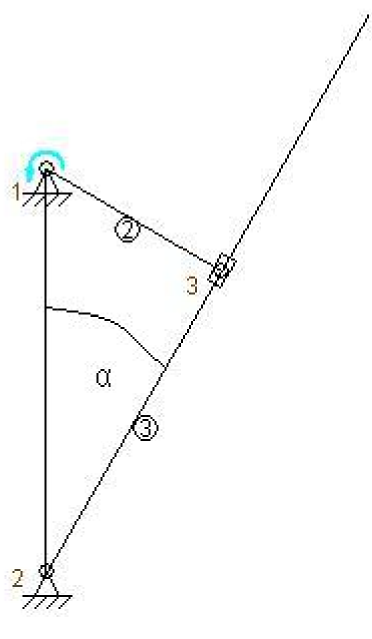



**Abb. 9: Totlage 2, Ende Hinhub**

$\sin\alpha = \frac{\lambda}{1}$ **(3)**

Mit $\lambda_1 = 0{,}2$; $\lambda_2 = 0{,}3$; $\lambda_3 = 0{,}4$; $\lambda_4 = 0{,}5$

ergeben sich für $\alpha_n$:

$\underline{\alpha_1 = 11{,}537°}$ (mittels SAM ermittelter Wert: 11,537°)

$\underline{\alpha_2 = 17{,}457°}$ (mittels SAM ermittelt Wert: 17,457°)

$\underline{\alpha_3 = 23{,}578°}$ (mittels SAM ermittelt Wert: 23,578°)

$\underline{\alpha_4 = 30°}$ (mittels SAM ermittelt Wert: 30°)

Die Winkelsumme im rechtwinkligen Dreieck beträgt 180°. Der Kurbelwinkel, bezogen zur y-Achse, für den halben Hinhub errechnet sich demzufolge aus:

$90° - \alpha_n = \beta_n$ **(4)**

Um den kompletten Hinhub zu erhalten wird anschließend der errechnete Winkel verdoppelt: Dies ist möglich, da Punkt $A_0$ und Punkt $B_0$ Lotrecht übereinander liegen.

$2 \cdot \beta_n = \phi_n$ **(5)**

## <u>Hinhub</u>

Der Hinhub startet von der in Abb. 8 dargestellten Winkelposition ($\overline{AA_0} \perp \overline{AB_0}$) und endet bei erneutem erreichen von $\overline{AA_0} \perp \overline{AB_0}$ , siehe Abb. 9.

$\beta_1 = 78{,}463°$ somit $\underline{\phi_1 = 156{,}926°}$

$\beta_2 = 72{,}542°$ somit $\underline{\phi_2 = 145{,}085°}$

$\beta_3 = 66{,}422°$ somit $\underline{\phi_3 = 132{,}844°}$

$\beta_2 = 60°$ somit $\underline{\phi_4 = 120°}$

## Rückhub

Der Kurbeldrehwinkel beträgt insgesamt 360°. Mit Hilfe des Hinhubes und er Differenz zu 360° lässt sich der Rückhub errechnen.

$360° - \phi_n = \gamma_n$ **(6)**

$\underline{\gamma_1 = 203{,}074°}$

$\underline{\gamma_2 = 214{,}915°}$

$\underline{\gamma_1 = 227{,}156°}$

$\underline{\gamma_1 = 240°}$

## Verhältnis der Kurbeldrehwinkel

$$\frac{\phi_n}{\gamma_n} = \frac{Drehwinkel \;\; Hinhub}{Drehwinkel \;\; Rückhub} = Kurbeldrehwinkelverhältnis$$

$$\underline{Verhältnis_1 = 0{,}77 \approx \frac{1}{1{,}3}}$$

$$\underline{Verhältnis_2 = 0{,}675 \approx \frac{1}{1{,}48}}$$

$$\underline{Verhältnis_3 = 0{,}585 \approx \frac{1}{1{,}7}}$$

$$\underline{Verhältnis_4 = 0{,}5 = \frac{1}{2}}$$